Колебательные движения, или просто колебания, широко распространены в природе и технике.

Колебаниями называются движения или процессы, обладающие свойством повторяемости во времени.

Механические колебания — это движения, которые точно или приблизительно повторяются через определённые интервалы времени.

Колебания поршня в двигателе автомобиля, поплавка на поверхности воды, маятника часов, веток деревьев на ветру — примеры механических колебаний.

Свободные колебания. Группу взаимодействующих тел, движение которых мы изучаем, называют в механике системой тел или просто системой.

Силы, действующие между телами системы, называют внутренними. Внешними силами называют силы, действующие на тела системы со стороны тел, не входящих в неё.

Самым простым видом колебаний являются свободные колебания.

Свободными колебаниями называются колебания в системе под действием внутренних сил, после того как система выведена из положения равновесия и предоставлена затем самой себе.

Выясним, какими свойствами должна обладать система для того, чтобы в ней могли возникнуть свободные колебания.

Пружинный маятник. Удобнее всего рассмотреть вначале колебания маленького шарика, нанизанного на гладкий горизонтальный стержень, под действием силы упругости пружины.

Если немного сместить шарик из положения равновесия (рис. 3.1, а) вправо, то длина пружины увеличится на хт (рис. 3.1, б) и на шарик будет действовать сила упругости. Эта сила согласно закону Гука пропорциональна удлинению пружины и направлена влево. Если отпустить шарик, то под действием этой силы он начнёт двигаться с ускорением влево, увеличивая свою скорость. Сила упругости при этом будет убывать, так как деформация пружины уменьшается. В момент, когда шарик достигнет положения равновесия, сила упругости пружины станет равной нулю. Следовательно, согласно второму закону Ньютона станет равным нулю и ускорение шарика.

К этому моменту скорость шарика достигнет максимального значения. Не останавливаясь в положении равновесия, он будет по инерции продолжать двигаться влево. Пружина при этом сжимается. В результате появляется сила упругости, направленная уже вправо и тормозящая движение шарика (рис. 3.1, в). Эта сила, а значит, и направленное вправо ускорение увеличиваются по модулю прямо пропорционально модулю смещения х шарика относительно положения равновесия. Скорость же будет уменьшаться до тех пор, пока в крайнем левом положении шарика не обратится в нуль. После этого шарик начнёт ускоренно двигаться вправо. С уменьшением модуля смещения х сила Еупр убывает по модулю и в положении равновесия опять обращается в нуль. При этом скорость шарика увеличивается и в положении равновесия становится максимальной, и по инерции шарик проходит положение равновесия, продолжая двигаться вправо. Это движение приводит к растяжению пружины и появлению силы, направленной влево. Движение шарика тормозится до полной остановки в крайнем правом положении — система совершила одно полное колебание, после чего весь процесс повторяется сначала.

Если бы не было потерь механической энергии при трении шарика о стержень, то движение шарика не прекратилось бы никогда.

Уравнение движения тела, колеблющегося под действием силы упругости. Согласно второму закону Ньютона произведение массы тела т на его ускорение равно равнодействующей F всех сил, приложенных к телу:

Запишем уравнение движения для шарика, движущегося прямолинейно вдоль горизонтали под действием силы упругости F пружины (см. рис. 3.1). Направим ось ОХ вправо. Пусть начало отсчёта координат соответствует положению равновесия шарика (см. рис. 3.1, а).

В проекции на ось ОХ уравнение (3.1) можно записать так: тах = Fx упр, где ах и Fх упр соответственно проекции ускорения и силы упругости пружины на эту ось.

Согласно закону Гука проекция Fx прямо пропорциональна смещению шарика из положения равновесия. Смещение же равно координате х шарика, причём проекция силы и координата имеют противоположные знаки (см. рис. 3.1, б, в). Следовательно, где k — жёсткость пружины.

Уравнение движения шарика тогда примет вид.

Разделив левую и правую части уравнения (3.3) на т, получим.

Так как масса т. и жёсткость k — постоянные величины, то их отношение — также постоянная величина.

Мы получили уравнение, описывающее колебания тела под действием силы упругости. Оно очень простое: проекция ах ускорения тела прямо пропорциональна его координате х, взятой с противоположным знаком.

Математический маятник.

Математический маятник — это материальная точка, подвешенная на идеальной (невесомой и нерастяжимой) нити.

Математический маятник — модель обычного (реального) маятника.

Выведем тело маятника (шарик) из положения равновесия и отпустим. На шарик будут действовать две силы: сила тяжести FT = mg\*, направленная вертикально вниз, и сила упругости нити Fynp, направленная вдоль нити (рис. 3.2). Конечно, при движении маятника на него ещё действует и сила сопротивления. Но мы будем считать её пренебрежимо малой.

Для того чтобы отчётливо представить себе динамику движения маятника, удобно силу тяжести разложить на две составляющие: Fn, направленную вдоль нити, и Fx, направленную перпендикулярно нити по касательной к траектории шарика. Силы Fn и FT в сумме составляют силу FT. Сила упругости нити Fynp и составляющая силы тяжести Fn перпендикулярны скорости маятника и изменяют только направление скорости, т. е. сообщают ему центростремительное ускорение. Под действием составляющей Fx силы тяжести маятник начинает двигаться по дуге окружности вниз с нарастающей по модулю скоростью. При движении маятника эта составляющая силы тяжести, направленная к положению равновесия, уменьшается по модулю, и в момент, когда маятник проходит через положение равновесия, она становится равной нулю, а скорость шарика становится максимальной, и по инер-ции он продолжает движение. При этом Fx уже будет направлена против скорости. Поэтому модуль скорости маятника станет уменьшаться. В момент остановки маятника в верхней точке его траектории (точке С) модуль F^ максимален и эта сила будет вызывать движение маятника в сторону положения равновесия, в то же время в этой точке Fn = Fynp, а центростремительное ускорение равно нулю. Далее скорость маятника увеличивается по модулю, и он снова движется к положению равновесия. Пройдя положение равновесия, он возвращается в исходное положение.

Уравнение движения математического маятника. При колебаниях шарика на нерастяжимой нити он всё время движется по дуге окружности, радиус которой равен длине I нити. Поэтому положение шарика в любой момент времени можно определить углом а отклонения нити от вертикали. Будем считать угол а положительным, если маятник отклонён вправо от положения равновесия, и отрицательным, если он отклонён влево (см. рис. 3.2).

Обозначим проекцию силы тяжести на касательную к траектории маятника через FT. Эта проекция в момент, когда нить маятника отклонена от положения равновесия на угол а, равна:

Знак «—» здесь стоит потому, что величины F. и а имеют противоположные знаки. При отклонении маятника вправо (а > 0) составляющая силы тяжести Fx направлена влево и её проекция отрицательна: Fx < 0. При отклонении маятника влево (а < 0) эта проекция положительна: Fz > 0.

Согласно второму закону Ньютона.

Разделив левую и правую части этого уравнения на т, получим.

Ранее предполагалось, что углы отклонения нити маятника от вертикали могут быть любыми. В дальнейшем будем считать их малыми. При малых углах, если угол измерен в радианах.

Если угол а мал, то эта проекция ускорения примерно равна проекции ускорения на ось ОХ: а, ~ ах(см. рис. 3.2). Из треугольника АВО для малого угла а имеем.

Подставив это выражение в равенство (3.8) вместо угла а, получим.

Это уравнение имеет такой же вид, что и уравнение (3.4) для ускорения шарика, прикреплённого к пружине. Следовательно, и решение этого уравнения будет иметь тот же вид, что и решение уравнения (3.4). Это означает, что движение шарика и колебания маятника происходят одинаковым образом. Смещения шарика на пружине и тела маятника от положений равновесия изменяются со временем по одному и тому же закону, несмотря на то что силы, вызывающие колебания, имеют различную физическую природу. Умножив уравнения (3.4) и (3.10) на /п и вспомнив второй закон Ньютона тах = Fх , можно сделать вывод, что колебания в этих двух случаях совершаются под действием сил, равнодействующая которых прямо пропорциональна смещению колеблющегося тела от положения равновесия и направлена в сторону, противоположную этому смещению.